

### Matematik A

#### 1. Identitet og formål

##### 1.1 Identitet

Matematik bygger på abstraktion og logisk tænkning og omfatter en lang række metoder til modellering og problembehandling. Matematik er uundværlig i mange erhverv, i naturvidenskab og teknologi, i medicin og økologi, i økonomi og samfundsvidenskab, og som grundlag for politisk beslutningstagen. Matematik er samtidig væsentlig i dagligdagen. Den udbredte anvendelse af matematik bunder i fagets abstrakte natur og afspejler den erfaring, at mange vidt forskellige fænomener opfører sig ensartet. Når hypoteser og teorier formuleres i matematikkens sprog, vindes der ofte herved ny indsigt. Matematik har ledsaget kulturens udvikling fra de tidligste civilisationer og menneskenes første overvejelser om tal og form. Videnskabsfaget matematik har udviklet sig i en stadig vekselvirkning mellem anvendelser og opbygning af teori.

##### 1.2 Formål

Gennem undervisningen skal eleverne opnå kendskab til vigtige sider af matematikkens vekselvirkning med kultur, videnskab og teknologi. Endvidere skal de opnå indsigt i, hvorledes matematik kan bidrage til at forstå, formulere og behandle problemer inden for forskellige fagområder, såvel som indsigt i matematisk ræsonnement. Herved skal eleverne blive i stand til bedre at kunne forholde sig til andres brug af matematik samt opnå tilstrækkelige kompetencer til at kunne gennemføre en videregående uddannelse, hvori matematik indgår.

#### 2. Faglige mål og fagligt indhold

##### 2.1 Faglige mål

Eleverne skal kunne:

- håndtere formler, herunder kunne oversætte mellem symbolholdigt og naturligt sprog, og selvstændigt kunne anvende symbolholdigt sprog til at beskrive variablsammenhænge og til at løse problemer med matematisk indhold
- anvende simple statistiske eller sandsynlighedsteoretiske modeller til beskrivelse af et givet datamateriale eller fænomener fra andre fagområder, kunne stille spørgsmål ud fra modeller, have blik for hvilke svar, der kan forventes, samt være i stand til at formulere konklusioner i et klart sprog
- anvende funktionsudtryk og afledet funktion i opstilling af matematiske modeller på baggrund af datamateriale eller viden fra andre fagområder, kunne forholde sig reflekterende til idealiseringer og rækkevidde af modellerne, kunne analysere givne matematiske modeller og foretage simuleringer og fremskrivninger
- anvende forskellige fortolkninger af stamfunktion og forskellige metoder til løsning af differentiaalligninger

- opstille geometriske modeller og løse geometriske problemer på grundlag af trekantsberegninger samt kunne give en analytisk beskrivelse af geometriske figurer i koordinatsystemer og udnytte dette til at svare på givne teoretiske og praktiske spørgsmål
- redegøre for matematiske ræsonnementer og beviser samt deduktive sider ved opbygningen af matematisk teori
- demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling
- demonstrere viden om matematikkens udvikling i samspil med den historiske, videnskabelige og kulturelle udvikling
- anvende it-værktøjer til løsning af givne matematiske problemer.

## 2.2 Kernestof

Kernestoffet er:

- regningsarternes hierarki, det udvidede potensbegreb, rationale og irrationale tal, ligningsløsning med analytiske og grafiske metoder og med brug af it-værktøjer
- formeludtryk til beskrivelse af ligefrem og omvendt proportionalitet samt polynomielle sammenhænge, eksponentielle sammenhænge og potenssammenhænge mellem variable
- simple statistiske metoder til håndtering af et datamateriale, grafisk præsentation af et statistisk materiale, empiriske statistiske deskriptorer, stikprøvers repræsentativitet
- forholdsregninger i ensvinklede trekanter og trigonometriske beregninger i vilkårlige trekanter, vektorer i to og tre dimensioner givet ved koordinatsæt, anvendelser af vektorbaseret koordinatgeometri til opstilling og løsning af plan- og rumgeometriske problemer
- begrebet  $f(x)$ , karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner: lineære funktioner, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner, cosinus og sinus, karakteristiske egenskaber ved disse funktioners grafiske forløb, anvendelse af regression
- definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed og marginalbetragtninger, afledet funktion for de elementære funktioner samt regnereglerne for differentiation af  $f + g$ ,  $f - g$ ,  $k \cdot f$ ,  $f \cdot g$  og  $f \circ g$ , udledning af udvalgte differentialkvotienter
- monotoniforhold, ekstrema og optimering samt sammenhængen mellem disse begreber og differentialkvotient
- stamfunktion for de elementære funktioner, ubestemte og bestemte integraler, regneregler for integration af  $f + g$ ,  $f - g$  og  $k \cdot f$  samt integration ved substitution, bevis for sammenhængen mellem areal- og stamfunktion, rumfang af omdrejningslegemer
- lineære differentiaalligninger af 1. orden og logistiske differentiaalligninger, kvalitativ analyse af givne differentiaalligninger samt opstilling af simple differentiaalligninger
- principielle egenskaber ved matematiske modeller, modellering.

## 2.3 Supplerende stof

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof i faget matematik, herunder samspillet med andre fag, skal perspektivere og uddybe kernestoffet, udvide den faglige horisont og give plads til lokale ønsker og hensyn på den enkelte skole.

For at eleverne kan leve op til alle de faglige mål, skal det supplerende stof, der udfylder ca. 1/3 af undervisningen, bl.a. omfatte:

- ræsonnement og bevisførelse inden for infinitesimalregning samt deduktive forløb over udvalgte emner

- differentiaalligningsmodeller, herunder både opstilling, anvendelse og løsning af differentiaalligninger
- anvendelse af mindst to typer statistiske eller sandsynlighedsteoretiske modeller, indsamling og bearbejdning af data til belysning af en opstillet hypotese
- matematik-historiske forløb.

### 3. Tilrettelæggelse

#### 3.1 Didaktiske principper

Undervisningen tilrettelægges med henblik på, at den enkelte elev når de faglige mål. I centrum for undervisningen skal stå elevernes selvstændige håndtering af matematiske problemstillinger og opgaver.

Gennem en eksperimenterende tilgang til matematiske emner, problemstillinger og opgaver skal elevernes matematiske begrebsapparat og innovative evner udvikles. Dette sker bl.a. ved at tilrettelægge nogle forløb induktivt, så eleverne får mulighed for selvstændigt at formulere formodninger ud fra konkrete eksempler.

Det eksperimenterende element i matematik kan ikke stå alene. Derfor skal udvalgte emneforløb tilrettelægges, så eleverne får en klar forståelse af den deduktive opbygning af matematisk teori.

Den enkelte elevs forståelse af matematik skal udvikles gennem arbejde med mundtlig formidling.

Der lægges i undervisningen vægt på matematikkens anvendelser, og eleverne skal se, hvordan de samme matematiske metoder kan anvendes på vidt forskellige fænomener.

Undervisningen tilrettelægges med progression i arbejdsmetoder og fagligt indhold samtidigt med, at grundlæggende færdigheder og paratviden fastholdes ved regelmæssigt at blive taget op igen.

CAS-værktøjer skal ikke blot udnyttes til at udføre de mere komplicerede symbolske regninger, men også understøtte færdighedsindlæring og matematisk begrebsdannelse.

#### 3.2 Arbejdsformer

En betydelig del af undervisningen tilrettelægges som projekt- eller emneforløb over forskellige dele af kernestoffet og det supplerende stof eller problemstillinger, der er genstand for fagsamarbejde. For hvert større forløb formuleres faglige mål, der tages stilling til arbejdsprocessen, og eleverne udarbejder et skriftligt produkt, som kan dokumentere de faglige resultater eller konklusioner vedrørende en tværfaglig problemstilling.

En del af undervisningen tilrettelægges som gruppearbejde med henblik på at udvikle elevernes matematiske begreber gennem deres indbyrdes faglige diskussion.

Der arbejdes bevidst med den mundtlige dimension, herunder selvstændig tilegnelse, bearbejdning og præsentation af forelagte matematiske tekster.

I undervisningen lægges der betydelig vægt på opgaveløsning som en afgørende støtte for tilegnelsen af begreber, metoder og kompetencer. Løsning af opgaver foregår både i timerne og som hjemmearbejde. Endvidere arbejdes der med større skriftlige produkter som resultat af arbejdet med projekter og emner.

#### 3.3 It

Undervisningen tilrettelægges, således at lommeregner, it og matematikprogrammer bliver væsentlige hjælpemidler i elevernes arbejde med begrebstilegnelse og problemløsning. I tilrettelæggel-

sen indgår træning i at anvende disse hjælpemidler til at udføre beregninger, til symbolsk manipulation af formeludtryk, til håndtering af statistisk datamateriale, til at skaffe sig overblik over grafer, til ligningsløsning, til symbolsk differentiation og integration samt til løsning af differentiallyigninger. Endvidere indgår anvendelse af lommeregner, it og matematikprogrammer i tilrettelæggelsen af den eksperimenterende tilgang til emner og problemløsning.

### 3.4 Samspil med andre fag

Når matematik indgår i en studieretning, skal der tilrettelægges et fagligt samarbejde, som indeholder mere omfattende anvendelse af matematik. Herved skal eleven opnå en dybere indsigt i matematikkens beskrivelseskraft og i vigtigheden af at overveje og diskutere forudsætninger for en matematisk beskrivelse og pålidelighed af de resultater, der opnås gennem beskrivelsen.

Der skal tilrettelægges undervisningsforløb med det hovedsigte at udvikle elevernes kendskab til matematikkens vekselvirkning med kultur, videnskab og teknologi. Dette skal ske gennem et samarbejde med andre fagområder eller ved at inddrage elevernes kendskab til disse fagområder.

## 4. Evaluering

### 4.1 Løbende evaluering

Både undervisningen og elevernes faglige udbytte heraf evalueres løbende.

For hvert større projekt- eller emneforløb skal det tydeligt fremgå, hvorledes elevernes udbytte af forløbet evalueres.

Forløb over større emner inden for kernestoffet afrundes normalt med en test til evaluering af de faglige delmål.

Efter hvert større projekt- eller emneforløb gennemfører lærer og elever en evaluering af undervisning, arbejdsformer og fremskridt på vej mod opfyldelsen af de faglige mål.

Gennem hele gymnasieforløbet arbejdes med løsning af skriftlige opgaver, og eleverne afleverer jævnligt skriftlige besvarelser. Besvarelserne rettes og kommenteres på grundlag af bedømmelseskriterierne i pkt. 4.3.

### 4.2 Prøveformer

Der afholdes en skriftlig og en mundtlig prøve.

#### Den skriftlige prøve

Til den skriftlige prøve gives der 5 timer. Det skriftlige eksamenssæt består af opgaver stillet inden for kernestoffet og skal evaluere de tilsvarende faglige mål, beskrevet i pkt. 2.1. Den første del af sættet skal besvares uden hjælpemidler. Til denne del af prøven gives der 1 time, hvorefter besvarelsen afleveres. Under den anden del af prøven må eksaminanden benytte alle hjælpemidler, bortset fra kommunikation med omverdenen. Opgaverne til denne del af prøven udarbejdes ud fra den forudsætning, at eksaminanden råder over CAS-værktøjer, der kan udføre symbolmanipulation, jf. pkt. 3.3.

#### Den mundtlige prøve

Skolen vælger for det enkelte hold en af nedenstående to prøveformer:

*Prøveform a):* En mundtlig prøve på grundlag af et overordnet spørgsmål med konkrete delspørgsmål. Spørgsmålene til prøven er offentliggjort i god tid inden prøven og er udformet således, at de tilsammen gør det muligt at evaluere de faglige mål, der er beskrevet i pkt. 2.1. Spørgsmålene og en fortegnelse over undervisningsforløb sendes til censor, og censor godkender spørgsmålene forud for prøvens afholdelse.

Eksaminationstiden er 30 minutter pr. eksaminand. Der gives 30 minutters forberedelsestid.

Prøven er todelt.

Første del af prøven består af eksaminandens præsentation af sit svar på det udtrukne spørgsmål suppleret med uddybende spørgsmål fra eksaminator.

Anden del former sig som en samtale mellem eksaminand og eksaminator med udgangspunkt i det overordnede spørgsmål.

*Prøveform b):* En mundtlig prøve på grundlag af rapporter udarbejdet i tilknytning til undervisningen. Den enkelte eksaminands rapporter skal som helhed dække de faglige mål, der er beskrevet i pkt. 2.1. Eksamensspørgsmålene udformes med en overskrift og konkrete delspørgsmål i relation til rapporterne. Spørgsmålene og en fortegnelse over rapporter og undervisningsforløb sendes til censor, og censor godkender spørgsmålene forud for prøvens afholdelse.

Eksaminationstiden er 30 minutter pr. eksaminand. Der gives 30 minutters forberedelsestid.

Prøven er todelt.

Første del af prøven består af eksaminandens præsentation af den udtrukne rapport og dennes faglige delmål suppleret med uddybende spørgsmål fra eksaminator.

Anden del former sig som en samtale mellem eksaminand og eksaminator med udgangspunkt i rapportens genstandsfelt.

#### 4.3 Bedømmelseskriterier

Bedømmelsen er en vurdering af, i hvilket omfang eksaminandens præstation lever op til de faglige mål, som er angivet i pkt. 2.1.

I denne vurdering lægges der vægt på, om eksaminanden:

1) *har grundlæggende matematiske færdigheder, herunder :*

- kan håndtere matematisk symbolsprog og matematiske begreber
- har kendskab til matematiske metoder og kan anvende dem korrekt
- er i stand til at bruge it-værktøjer hensigtsmæssigt

2) *kan anvende matematik på foreliggende problemer, herunder :*

- kan vælge hensigtsmæssige metoder til løsning af forelagte problemer
- kan præsentere et matematisk emne eller en fremgangsmåde ved løsning af et matematisk problem på en klar og overskuelig måde
- kan redegøre for foreliggende matematiske modeller og diskutere deres rækkevidde

3) *har overblik over og kan perspektivere matematik, herunder :*

- kan perspektivere matematikkens udvikling
- har overblik over et område, hvor matematik anvendes i samspil med andre fag, samt evner at reflektere over matematikkens rolle i anvendelser i andre fag
- kan bevæge sig mellem fagets teoretiske og praktiske sider i forbindelse med modellering og problembehandling
- demonstrerer indsigt i karakteristiske sider af matematisk ræsonnement.

I både den skriftlige og den mundtlige prøve gives der én karakter ud fra en helhedsbedømmelse. Når prøveform b) vælges, tages alene hensyn til den mundtlige præstation.