

Bestemmelse af forskriften for en eksponentiel udvikling

Vi skal bestemme forskriften for en eksponentiel udvikling, der går gennem punkterne $P(x_1, y_1)$ og $Q(x_2, y_2)$. Forskriften for den eksponentielle udvikling er $y=b \cdot a^x$, og vi skal bestemme værdierne af a og b .

Teori

Vi skal bestemme forskriften for en eksponentiel udvikling, der går gennem punkterne $P(x_1, y_1)$ og $Q(x_2, y_2)$. Forskriften for den eksponentielle udvikling er $y=b \cdot a^x$, og vi skal bestemme værdierne af a og b .

Indsæt koordinaterne for punkterne P og Q i stedet for x og y i forskriften, så er

$$y_1 = b \cdot a^{x_1} \quad \text{og} \quad y_2 = b \cdot a^{x_2}$$

Divider udtrykket for y_2 med udtrykket for y_1

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{b \cdot a^{x_2}}{b \cdot a^{x_1}} = \frac{a^{x_2}}{a^{x_1}} = a^{x_2-x_1}$$

Skriv resultatet i omvendt orden:

$$a^{x_2-x_1} = \frac{y_2}{y_1}$$

Fjern potensen x_2-x_1 ved at tage den (x_2-x_1) 'te rod på begge sider af ligningen

$$a = \sqrt[x_2-x_1]{a^{x_2-x_1}} = \sqrt[x_2-x_1]{\frac{y_2}{y_1}}$$

Nu er værdien af a fundet.

Værdien af b findes ved at indsætte den fundne værdi af a i $y_1 = b \cdot a^{x_1}$ eller $y_2 = b \cdot a^{x_2}$. Det giver

$$b = \frac{y_1}{a^{x_1}} \quad \text{eller} \quad b = \frac{y_2}{a^{x_2}}$$

Begge beregninger giver samme værdi af b , men det kan du først se, når du indsætter konkrete tal.

Praktisk eksempel

Vi skal bestemme forskriften for en eksponentiel udvikling, der går gennem punkterne $P(0,100)$ og $Q(5,50)$. Forskriften for den eksponentielle udvikling er $y=b \cdot a^x$, og vi skal bestemme værdierne af a og b .

Indsæt koordinaterne for punkterne P og Q i stedet for x og y i forskriften, så er

$$100 = b \cdot a^0 \quad \text{og} \quad 50 = b \cdot a^5$$

Divider udtrykket for y_2 med udtrykket for y_1

$$\frac{50}{100} = \frac{b \cdot a^5}{b \cdot a^0} = \frac{a^5}{a^0} = a^{5-0} = a^5$$

Skriv resultatet i omvendt orden, og reducer:

$$a^5 = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

Fjern potensen 5 ved at tage den 5'te rod på begge sider af ligningen

$$a = \sqrt[5]{a^5} = \sqrt[5]{\frac{1}{2}} = 0,8705505633$$

Nu er værdien af a fundet.

Værdien af b findes ved at indsætte den fundne værdi af a i $100 = b \cdot a^0$ eller $50 = b \cdot a^5$. Det giver

$$b = \frac{100}{a^0} = 100 \quad \text{eller} \quad b = \frac{50}{0,8705505633^5} = 100$$

Regneeksemplet herover viser, at begge beregninger give samme værdi af b . Derfor kan du selv bestemme, hvilken af de to ligninger du vil bruge til beregningen af b .

Vi har nu fundet forskriften for den eksponentielle udvikling, $y=100 \cdot 0,8705505633^x$

Opgave:

De to punkter $P(0,100)$ og $Q(5,50)$ i eksemplet herover stammer fra en tabel over punkter, som man mener hører til en eksponentiel udvikling. Hele tabellen er vist til højre.

x	0	5	10
y	100	50	25

Brug punkterne $(5,50)$ og $(10,25)$ til at bestemme a og b , og sammenlign forskriften med den, vi fandt i beregningseksemplet øverst til højre. Hvis du får samme forskrift som før, har du påvist at de tre punkter $(0,100)$, $(5,50)$ og $(10,25)$ er punkter på grafen for en eksponentiel udvikling.

Grafen for en eksponentiel udvikling, vist på TI-82 eller TI-89

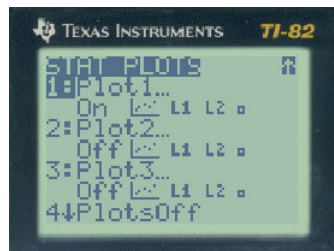
TI-82

Indtast de tre koordinat-sæt i listerne L₁ og L₂.

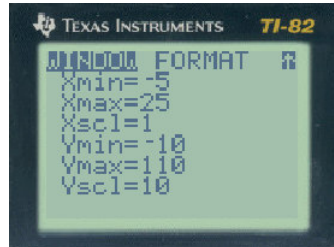


Vælg "Stat Plot"

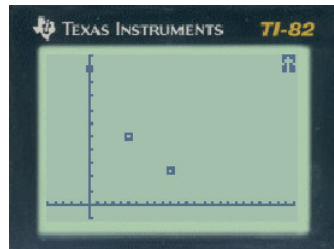
- Udpeg 1 og tast Enter
- Udpeg "On" og tast Enter
- Udpeg punktgraf og tast Enter



Sørg for et passende graf-vindue. Se på tabellens x- og y-værdier, og vælg x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max} så alle punkter er med i grafvinduet. Enheden på y-aksen (Yscl) er sat til 10.

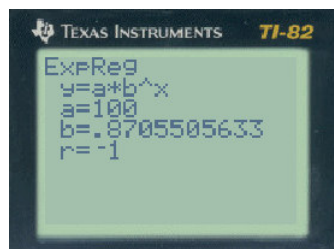


Tegn grafen. Da "Stat Plot" er sat til, får du tegnet de tre punkter fra listerne L₁ og L₂.



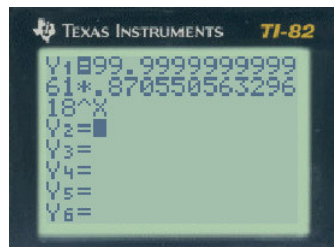
Lav eksponentiel regression:

- Tast "Stat"
- Vælg "Calc"
- Udpeg A (ExpReg) og tast Enter
- Tast Enter

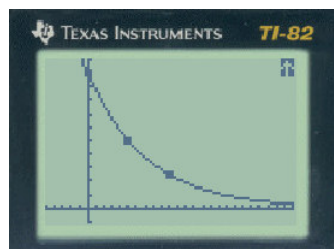


Overfør resultatet til Y-editoren:

- Tast "Y="
- Tast "VARS"
- Udpeg A (Statistics)
- Udpeg Eq
- Udpeg 7 (RegEQ)
- Tast Enter



Tegn grafen. Nu kommer både punkterne (fra Stat Plot) og grafen (fra Y=) med. Grafen går gennem de tre punkter.



TI-89

Vælg "Stats/List Editor".

Indtast de tre punktpar i listerne list1 og list2

Vælg, hvordan punkterne skal tegnes.

- Tryk F2 (Plots)
- Udpeg 1 (Plot Setup)
- Udpeg "Plot 1" og tast F1
- Skriv "list1" ud for x og "list2" ud for y
- afslut med Enter

Sørg for et passende graf-vindue.

Se på tabellens x- og y-værdier, og vælg x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max} så alle punkter er med i grafvinduet. Enheden på y-aksen (Yscl) sættes til 10.

Tegn grafen.

Da "Plots" er sat til, får du tegnet de tre punkter fra listerne list1 og list2

Vend tilbage til listerne (Stats/List Editor).

Lav eksponentiel regression:

- Tast F4 (Calc)
- Vælg 3 (Regressions)
- Vælg 8 (ExpReg) og sørg for, at der står "list1" ud for x og "list2" ud for y. Du kan enten slev skrive "list1" og "list2", eller du kan hente navnene ved at trykke på tasten "Var-Link".
- Sørg for, at der står y1(x) ud for "Store RegEQ to". Det gør du ved at taste ► og udpege y1(x). Tast Enter for at afslutte dette valg.
- Tast Enter for at starte beregningen.

Tegn grafen. Nu kommer både punkterne (fra "Plots") og grafen (fra Y=) med. Grafen går gennem de tre punkter.