

Cardanos løsning af tredjegradslikningen

Læsetips og opgaver til teksten om Cardano (side 165-180 med noter side 193-197) i ”Kilder og kommentarer til Ligningernes historie”, redigeret af Kirsti Andersen, udg. af Forlaget Trip, 1986.

- 1 Læs teksten om Cardano side 165-170.
- 2 Læs begyndelsen af kapitel 11 i Ars Magna, og find ud af, hvilken tredjegradslikning Cardano vil løse. Hint: ”seksfold” betyder ”ganget med 6”. Søg i øvrigt hjælp i noterne side 193-197.
- 3 Vis ud fra teksten i begyndelsen af kapitel 11, at Cardanos løsningsmetode for likningen $x^3+bx=c$ (hvor $b>0$ og $c>0$) (#) svarer til at finde en rod x på formen $x=u-v$, hvor $u^3-v^3=c$ og $uv=\frac{1}{3}b$
- 4 Find løsningerne u og v til de to likninger $u^3-v^3=c$ og $uv=\frac{1}{3}b$. Hvis du kommer til noget med kvadratrødder, skal du selvfølgelig passe på med løsningsmængden...
- 5 Indsæt u og v i udtrykket $x=u-v$, og find herved formelen for løsningen x til likningen $x^3+bx=c$ (hvor $b>0$ og $c>0$)
- 6 Bestem løsningen (løsningerne?) til den likning, Cardano opstillede.
- 7 Læs den sidste del af kapitel 11 i Ars Magna, og sammenlign den regel, som Cardano opstillede, med den løsningsformel du har fundet.
- 8 Gennemgå Cardanos løsning af den opstillede likning.
- 9 Løs likningen på TI-89. Sammenlign lommeregnerens løsning med den løsning, du fandt ved brug af Cardanos formel. Kommenter!
- 10 Forsøg nu at læse Cardanos bevis for formelen. Du får brug for noterne side 193-197!
- 11 Løs andre tredjegradslikninger, fx $x^3+3x=10$ og $x^3+6x=2$. Når du har fundet løsninger v.hj. af Cardanos formler kan du sammenligne med lommeregnerens løsninger. Se også på graferne.
- 12 Vis, at tredjegradslikningen $x^3=ax^2+c$ (hvor $a>0$, $c>0$) kan omskrives til en tredjegradslikning på samme form som (#) i opg. 3 herover, ved brug af substitutionen $x=y+\frac{a}{3}$
- 13 Cardano er nødt til at lave forskellige løsningsformler for tredjegradslikningerne $x^3+bx=c$ og $x^3=bx+c$, fordi han forudsætter at koefficienterne i tredjegradslikningerne er positive. Han regner altså ”kun” med positive reelle tal.
Se nu på tredjegradslikningen $x^3=8x+3$. Opskriv løsningen/løsningerne ved hjælp af Cardanos formel. Giver det problemer (med løsningsmængden)?
Løs nu likningen på lommeregner, og sammenlign med den/de løsninger, du har fået ved hjælp af formelen. Se også på grafen.